

中一數學

第十章 面積與體積

第二節 求幾何體的表面積

本節課作為中一年級數學 1B 中面積與體積一章的第二課時內容，目的為帶領學生掌握求簡單幾何體的表面積，通過學生動手剪切、堆砌，體會幾何體與其平面展開之間的對應關係，進而求解其表面積，也加深對立體圖形的堆砌的理解和運用，促進對立體幾何圖形抽象思維能力。

教學策略分析：

求解棱柱和棱錐的表面積的難點在於將立體圖形進行適當的剪切，做出平面展開圖，本節課的重點就是在幾何體與平面展開圖之間建立聯繫，讓學生理解不同的剪開方式對應不同的展開圖。還用單位正方體堆積成幾何體，促使學生通過操作和觀查，從另一個角度理解和求解表面積。借助過年俚語和包裝設計，將學習內容與實際生活中的傳統、現代相連。教學資源可以用卡紙模型動手剪切、堆砌，實際操作；也可以通過網路和軟體給學生製作成電子學習資源。學生透過豐富的操作、點數、切割、比較、拼湊等活動，完成從具象到心象再到抽象的結果。

學習目標：

1. 理解簡單幾何體的表面積的意義
2. 能熟練做出簡單幾何體的平面展開圖
3. 能求解簡單幾何體面積

學生學習特質：

1. 數學基礎能力較弱
2. 專注力較弱
3. 抽象思維能力較弱
4. 愛參與操作性活動

先備知識和技能：

1. 棱柱、棱錐體的概念及基本特徵
2. 矩形、梯形、三角形面積求解

學習難點：

1. 對棱柱和棱錐及簡單幾何體進行平面展開
2. 對簡單幾何體進行剪切、分割、堆積

教材分析：

本節內容來自數學教育學習領域課程指引——18 求積中 18.2

- 18.1 認識棱柱、圓柱、棱錐、圓錐和球形體積公式
- 18.2 求直立棱柱、直立圓柱、直立棱錐、直立圓錐和球形的表面面積
- 18.3 認識相似圖形的邊長、面積和體積之間的關係及解有關的應用題
- 18.4 解涉及體積和表面面積的應用題
- 18.5 **探究如何從一張 A4 大小紙張的四角切去正方形，從而折出最大容量的容器

教學設計理論基礎：

沈佑霖（2003）提及學生對立體圖形堆疊結構缺乏正確認知，二維平面圖形不一定能和物體立體化結合，只能藉由猜測來解釋圖形的結構，在學習上易產生迷思概念；建議學生在初期學習應多給予具體操作，藉由視覺、觸覺去感受物體存在的性質和形體樣貌，以發展空間視覺化。

課程的設計能夠引發學生的學習興趣，課後學生樂於分享彼此的模型，並使用上課時所使用的新詞匯和新概念。從學生製作形體的過程，依據觀察和發現，進而對形體的描述和分類更加清楚；透過實際操作的學習過程，使學生對所學概念留下深刻印象，結合構成要素和展開圖的概念，銜接柱體表面積的理理解，在柱體與錐體概念的學習，若能提供學生動手操作的機會，利用具體實物觀察，發現其特性與構成要素間的關係，這樣的學習成效會優於紙本的講述式學習，亦能提升學生學習的興趣。

幾何概念的建立，視圖轉換成立體形體是較困難的；透過實體操作和觀察，連結學生視圖至立體形體的概念，學習棱柱體、棱錐體展開圖和透視圖，進而建構完整的棱柱體與棱錐體形體概念，使學生能將實體與平面圖結合，以期協助他們有效學習。所以幾何教學強調的是實物的操作和觀察，期許在教學上能給予學生最好的幫助，以達到學習的效能。

以上觀點整理於國立臺中教育大學數學教育學系陳嘉皇，2019 年發表於◎香港中文大學出版《教育學報》第 47 卷第 1 期 135 - 160 頁論文

課堂設計構思

本節目標為學生在已經學習棱柱、棱錐的概念後，應用矩形、梯形、三角形的面積公式求解簡單幾何體的表面積。但是，學生圖形抽象思維能力不夠，無法準確分解出立體圖形的平面展開圖。所以，本節課的重點將放在幾何體與平面展開圖之間建立準確而快速的聯繫，而非具體面積的運算。

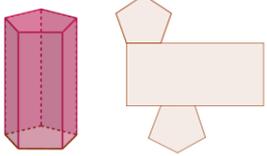
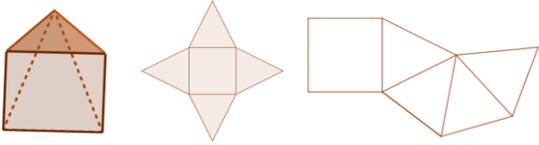
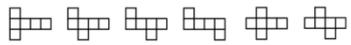
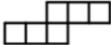
借助小組合作動手操作剪貼、拼接、堆砌，促使學生動手經歷，令學生能更有效建立數學概念和圖形理解，幫助提升數學能力。

刷房子問題的引入是灌輸中國傳統文化的同時讓學生理解求表面積在實際生活中的應用。新課第一環節是動手剪一剪，以視頻：粽子引出剪切正方體、柱體、錐體展開圖，再用電子測試五題鞏固學生對展開圖的理解；新課的第二個環節是實踐擺一擺：使用單位立方拼接幾何體，求表面積，從階梯體、錐形堆積、錯位擺放，讓學生掌握求解表面積的另一個方法；新課的第三個環節是應用前兩種方法求解簡單拼接幾何體的表面積，以洗衣皂的最節約包裝問題，再次將數學回歸到生活。課後作業中以手工作品製作提升對數學學習的興趣。

教學過程詳情：

學習階段	學生活動/課堂互動情況	設計流程（所用的教學策略/教學法）	所達至的教學目標/教學重點
創設情境引入課題	<p>刷房子問題</p> <p>快到中國的傳統節日春節了，在北方過年節奏中曾有這樣的順口溜：</p> <p>二十三，糖瓜兒粘；二十四，掃房子；二十五，磨豆腐；二十六，燉大肉；二十七，宰公雞；二十八，把面發；二十九，蒸饅頭；三十晚上熬一宿，大年初一扭一扭！</p> <p>過新年，新氣象，阿華家不只是掃掃房，阿華的父母決定今年把全屋粉刷一遍，上網查了一下，每公斤塗料可以刷 5 平方米的面積，阿華家應該大概買多少塗料呢？如果是你家，你需要有哪些數據作為求解依據，怎樣算？</p> <p>如果你現在不方便回家測量，只用房屋面積能不能估算？</p>	<p>與中國傳統文化和生活實踐聯繫</p> <p>開放式問題，學生應該追問和思考，需要知道的要素有什麼？</p>	<p>目的：加強對中國傳統文化的瞭解；</p> <p>瞭解幾何體的表面積的實踐意義</p>

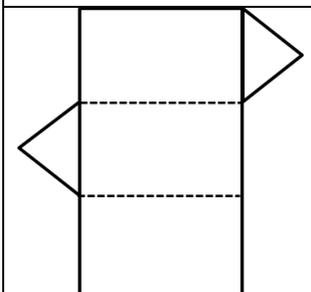
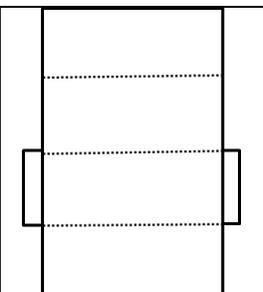
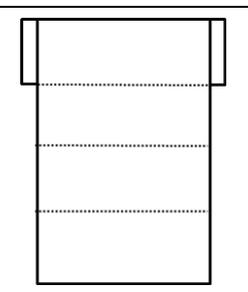
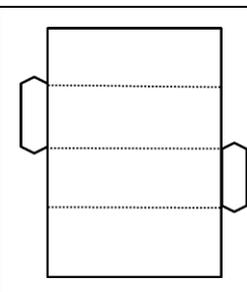
新課活動一：剪一剪			
新課	<p>觀看視頻 視頻：粽子</p> <p>https://www.juniacademy.org/course-compare/math-grade-9-a/g-mjslt/g09-mjslt9a/v/f5yAyYujAr4</p>	觀看視頻	<p>體會立體圖形與平面展開圖的關係，瞭解不同的展開方式，深化立體感</p>
	活動一： 學生分組，發放模型，讓學	學生自己動手	借助不同小組會有

	<p>生將模型剪開成平面，在工作紙上畫出下列幾何體的展開圖：正方體，五棱柱體，四棱錐體，各組展示自己的展開圖。</p>	<p>剪切、拼接、塗描，對比同伴的分析結果，熟悉幾何體的平面展開。</p>	<p>不同的剪切方式，促進學生對棱柱和棱錐的平面展開的理解</p>	
學生動手剪拼				<p>展開圖中哪些是原來棱柱（錐）的底面，哪些是原來棱柱（錐）的側面？底面和側面哪一部分線段的長一樣。</p>
				
		<p>正方體的平面展開圖有 11 種類型</p>		
	<p>1-4-1 型</p> 	<p>3-3 型</p> 	<p>2-2-2 型</p> 	<p>1-3-2 型</p> 
鞏固練習	<p>電子測試五道題關於展開圖（見後附）</p> <p>1-1 對柱體的平面展開圖的理解</p> <p>1-2 三棱柱展開的還原（對比上題不同的剪切）</p> <p>1-3 棱柱、棱錐體平面展開</p> <p>1-4 對正四面體不同展開的認識</p> <p>1-5 對立體的平面展開，抽象空間感覺構建</p> <p>最省包裝問題</p>	<p>學生可以借用卡紙範本進行剪貼、拼接，或直接用電腦或 iPad 直接移動、旋轉，找尋圖形關係，求解面積。</p>	<p>學生通過練習操作，鞏固幾何體的平面展開，形成由具象向抽象的邁進。</p>	
	<p>課堂小結：</p> <p>棱柱幾何特徵</p> <p>棱錐幾何特徵</p> <p>幾何體的表面積概念；</p>	<p>回顧已學過的概念，分析特徵、總結平面展開圖規律</p>	<p>關注柱體和錐體的幾何特徵對平面展開圖的絕對作用理解不同的剪切造成不同的表面積求解</p>	

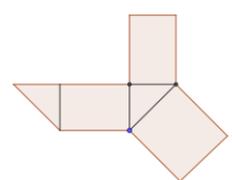
新課活動二：擺一擺			
新 課 學 習	<p>活動二：單位立方體拼接幾何體的表面積，實踐擺一擺，算一算。</p> <p>動手操作：準備若干個單位立方體，學生四人一組，按圖示進行階梯形堆積和錐形堆積後，計算表面積。</p> <p>2-1. 階梯形堆積</p> <p>2-2. 錐形堆積</p> <p>2-3. 錯位擺放</p>	<p>學生分組活動，堆砌幾何體，求解表面積，教師巡視，提供幫助，學生展示結果、提供答案的思考方法</p>	<p>(1) 體會對表面積造成影響的因素</p> <p>(2) 學習求解表面積的不同方法</p>
知識應用和鞏固			
練 習 鞏 固	<p>求立體拼接表面積</p> <p>3-1. 拼接幾何體的表面積求解</p> <p>3-2. 拼接幾何體的表面積求解</p> <p>3-3. 包裝節約問題</p>	<p>派發工作紙，要求學生完成</p> <p>邀請學生在老師引導下講解與學生一起核對答案</p> <p>學生可以借助單位立方體堆積構建模型求解，也可以做平面展開圖求解</p>	<p>鞏固應用不同的方法求解幾何體表面積</p> <p>理解相同的體積，通過不同的構建方式會有不同的表面積</p>
總 結	<p>學生總結本節所學數學內容、所用公式、運用方法，聆聽同學回答問題</p>	<p>進行總結提問，教學內容總結內化</p> <p>佈置家課</p>	<p>協助學生記憶棱柱棱錐幾何特徵，理解不同方法求表面積。</p> <p>檢視學生對學習目標的掌握情況</p> <p>鞏固課堂所學</p>

附：本節課關於表面積的習題

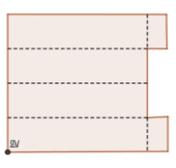
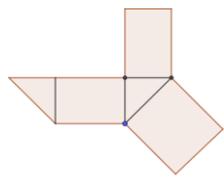
1-1

1-1. 下圖中，哪一個不能折成幾何體（ ）			
			
A	B	C	D

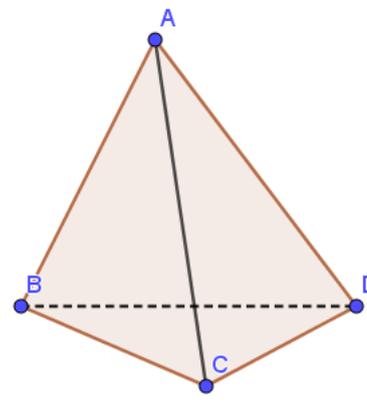
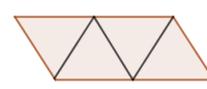
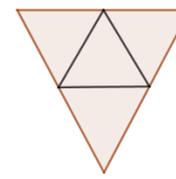
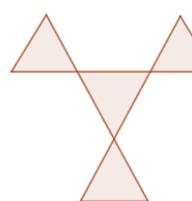
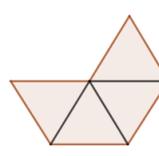
1-2

1-2. 下圖一個幾何體的平面展開圖， 這個幾何體是（ ）			
A. 四棱柱	B. 四棱錐	C. 三棱柱	D. 三棱錐

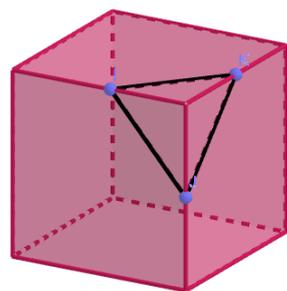
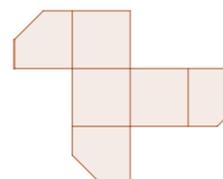
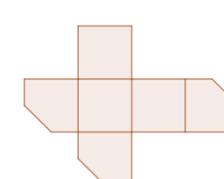
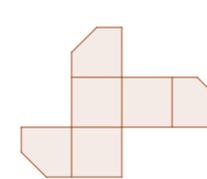
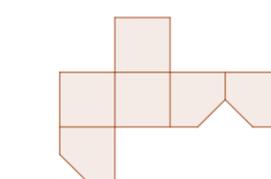
1-3

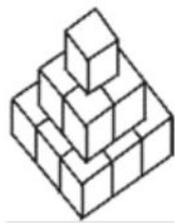
1-3. 以下展開圖，不能折成幾何體的是（ ） _			
			
A	B	C	D

1-4

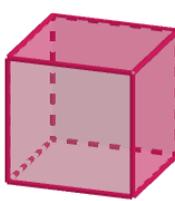
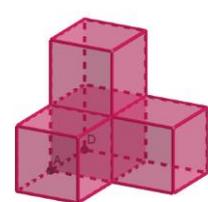
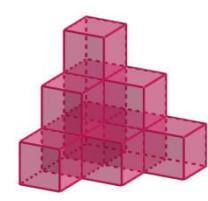
<p>1-4. 這是一個正四面體，如果沿著它的 AB、AC、AD 剪開，展開圖是 ()</p> <p>沿著_____剪開，會得到 A，</p> <p>沿著_____剪開，會得到 B</p> <p>沿著_____剪開，會得到 C，</p> <p>沿著_____剪開，會得到 D</p>			
			
A	B	C	D

1-5

<p>1-5. 如圖，過一個正方體紙盒三條棱的中點，切去一個角，將紙盒剪開展成平面，則展開圖不可能是 ()</p>			
			
A	B	C	D

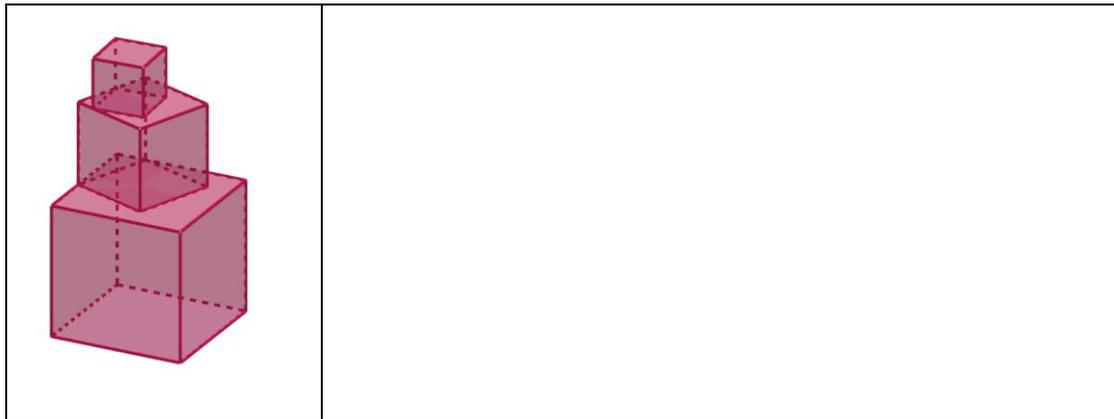
<p>2-1. 一位美術老師在課堂上進行立體模型素描教學時，把 14 個棱長為 1 分米的正方體擺在課桌上成如圖形式，然後他把露出的表面都塗上不同的顏色，則被他塗上顏色部分的面積為（ ）平方分米</p>			
A. 33	B. 24	C. 21	D. 42

2-2

<p>2-2 . 若干個棱長是 1cm 的小立方體組成如圖所示的幾何體，用自己手中的單位立方體擺一擺以下不同層數的幾何體，分別求出這些幾何體的表面積</p>			
			
			

2-3

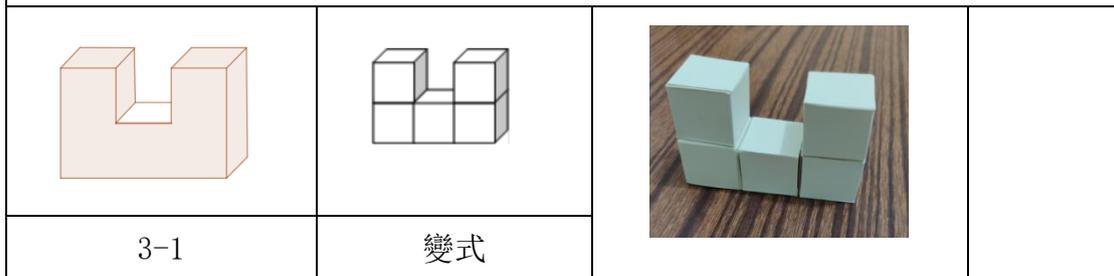
<p>2-3 . 邊長分別為 1 釐米、2 釐米、3 釐米的三個正方體如下圖放置，求其表面積</p>
--



3-1

3-1. 如圖：一個機器零件，長、寬、後分別為 3、2、1 米，現在需要求出它的表面積，畫出它的展開圖。

變式：如圖，5 個邊長為 1cm 的立方體擺在桌子上，則露在表面的部分的面積為（ ）



3-2

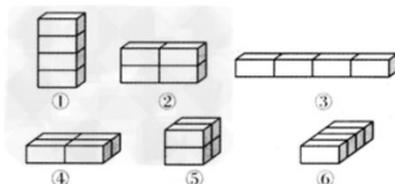
3-2. 從棱長為 2 的正方體毛坯的一角，挖去一個棱長為 1 的小正方體，得到一個如圖所示的零件，畫出這個零件的展開圖，求其表面積。



3-3. 喜愛數學的小明一天在家裏發現他媽媽剛從超市買回來的 4 塊洗衣皂，小明仔細看了外包裝上的尺寸說明，每塊的尺寸均是：長（a）、寬（b）、高（c）分別是 16cm，6cm，3cm。他想起老師講過關於物體外包裝用料最省的問題，就想研究這四塊皂如何擺放，它的外包裝用料才最省？

實踐與操作：小明動手擺放了這 4 塊超能皂擺放情況，發現無論怎樣放置，體積都不會發生變化，但是由於擺放位置的不同，它們的外包裝用料不同，經過實際操作發現這兩塊超能皂有 6 種不同的擺放方式，

如圖所示：①請你幫助小明指出這 6 種不同擺放方式的長、寬、高，並計算其外包裝用料，探究與思考：如何擺放使它的外包裝用料最省呢？說說你的理由。



課後活動：

選取你你最喜欢的模型，用卡紙制作出來，計算其表面積

