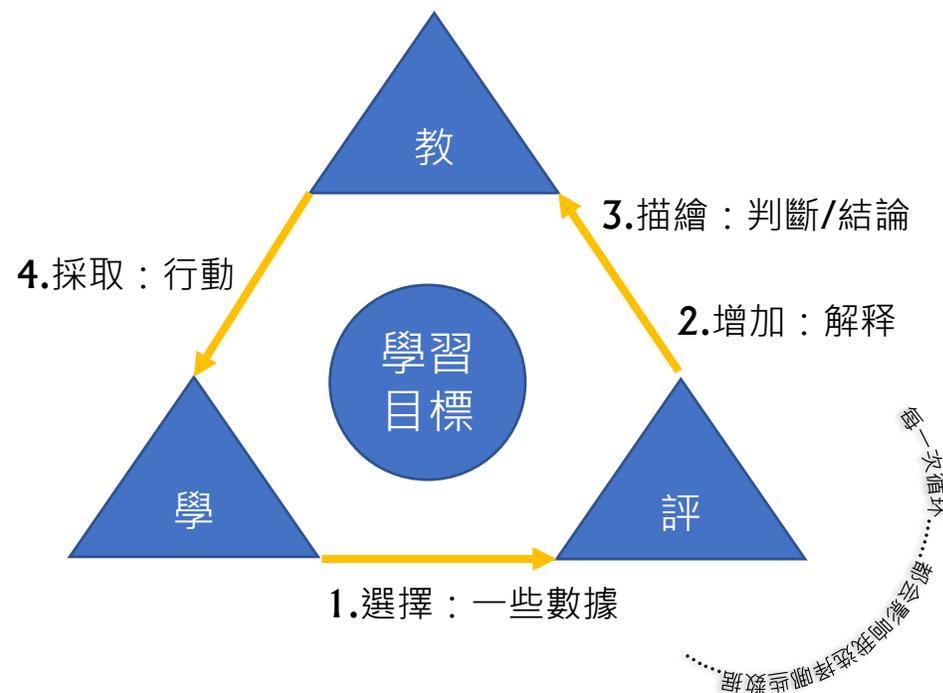
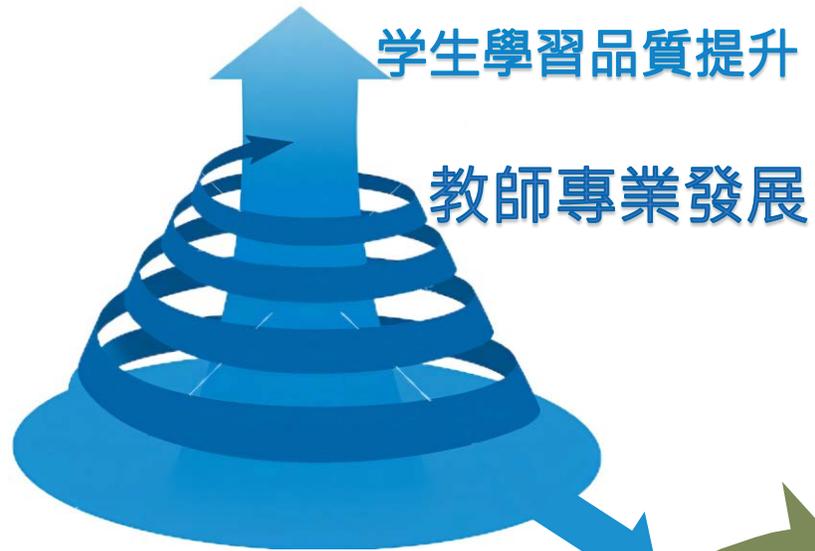


基於評估數據的數學教學改進

內地專家教師 沈志勇





基於評估數據的教學改進模型



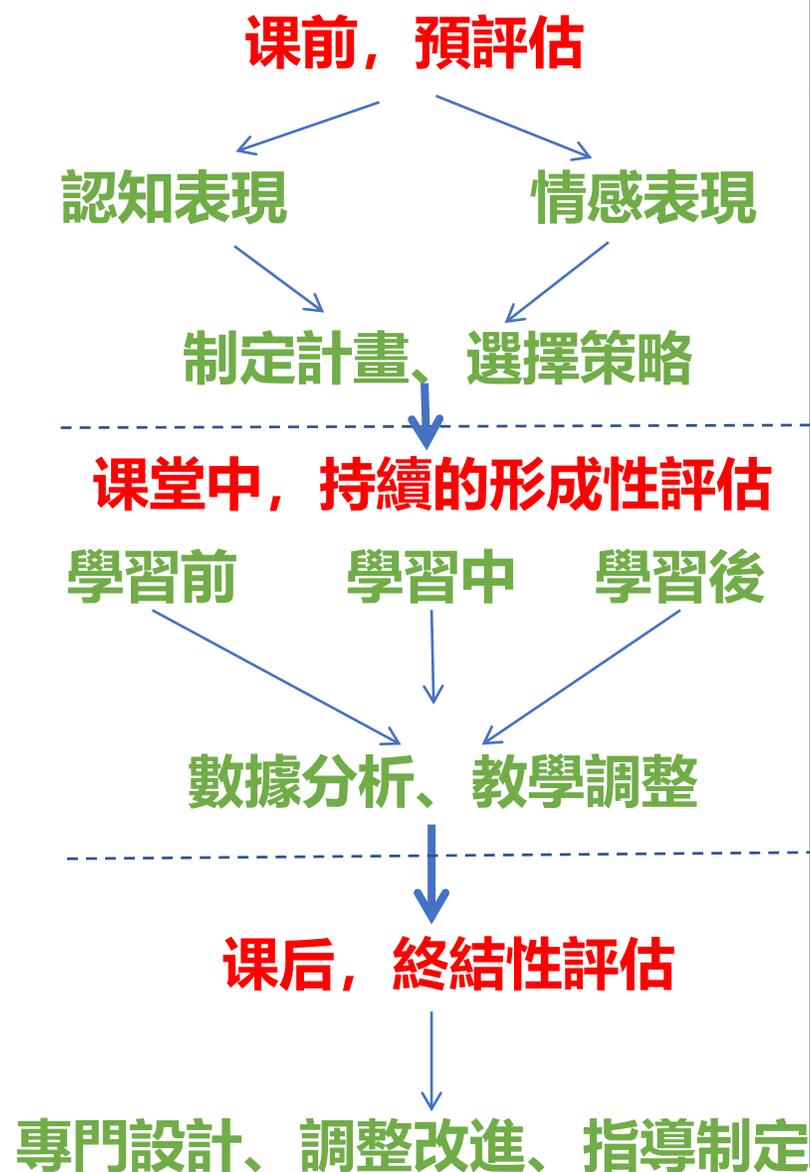
4. 教學改進

- I. 根據弱項和強項，合理安排教學內容、順序
- II. 根據認知基礎和認知能力，選擇合適的切入點，確定刪除還是增加內容，選擇合適教學策略；
- III. 根據學習需求和特征，設置階梯學習任務；
- IV. 根據學習愛好和路徑，開展恰當的干預；
- V. 根據學習不足和困難，設計專門的復習；

.....

學習評估的設計

教師選擇和管理最合適學生的評估工具；



瞭解資訊	設計與實施	評估工具
知識與技能基礎 認知能力 學習風格 需求與特殊需要 喜好與興趣	瞭解學生的基礎知識與技能 並選擇合適的切入點； 制定符合實際的教學計畫（ 關基礎知識，是增加拓展） 選擇、設計最合適的教學策	測試； 作業； 發言； 訪談； 學習日誌； 日記； 課堂觀察 表； 調查表； 報告； 成長記錄 袋； 評估量表；
學習進展； 學生需求（跟不上、 遇到挫折、 浪費時間等）； 學習問題； 學習差距； 學習方式；	在學生需求時，迅速干預； 發現問題，及時採取 應對措施； 及時調整接下來的學習 任務和作業； 防止厭倦和挫折感； 根據評估，為學生制定 個性化學習計畫
學生掌握與未掌握 的知識與技能； 查明問題範圍和 學習進展；	識別掌握個體不足， 並設計專門的復習 和練習； 調整教學策略，改進 教學計畫與教學設 計； 指導新學習計畫的 制定.....

教師根據評估數據、分析結果，有策略地設計教學計畫；

教師基於持續評估數據，做適當的教學調整。

基於評估數據選擇教學策略

邏輯重構：從“發現錯誤——及時干預”，到“評估數據——精準設計——減少錯誤發生可能”

教師通過課前評估與數據分析，對典型的問題作深入的研究，選擇合適的教學策略。

Algebraic Fractions 分式

案例1

如浙教版義務教育教科書《數學》七年級下冊的《5.2 分式的基本性質》，

是其所在章節教學的重點，也是難點。教師分析數據，剖析學生的認知障礙，發

現學生在 $\frac{a+10}{b+10} = \frac{a}{b}$ 這一知識點上的錯誤率達到 35.2% 以上，因此在教學設計中

增加了一個環節，在分式性質學習後，讓學生辨析 $\frac{a+c}{b+c} = \frac{a}{b}$ 等是否成立。通過師

生的充分交流討論，學生理解了分式性質，有助於避免類似錯誤的重複出現，同

時也滲透了分式性質學習的思維方式。

分析1：等式性質的負遷移；
2. 約分的負遷移；

Caution

The following is NOT a correct simplification.

$$\frac{s+2t}{s} = 1 + 2t$$

討論：

1. 這樣的提示效果怎樣？
2. 老師們有哪些好的做法？

基于评估数据的教學設計（以學定教）

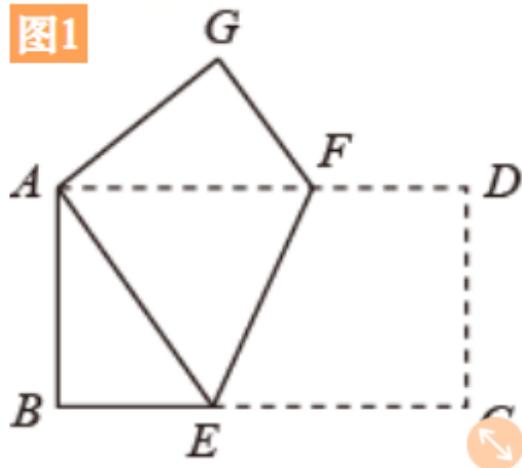
教師應用“智學網”“十六進制”“教學助手”等平臺佈置學情檢測作業，教師通過評估數據，根據學生知識與技能掌握狀況制定符合實際的教學設計。

案例2

教师预设的讲解方法（如有方法3）
一种教学现象：因为这是典型例题，所以我必须讲。学生掌握得不好，我就多讲几遍。

14.(14分)如图，将一张长方形纸片 $ABCD$ 沿 E 折叠，使 C, A 两点重合.点 D 落在点 G 处.已知 $AB=4$ ， $BC=8$.

图1



(1)(7分)求证： $\triangle AEF$ 是等腰三角形；

【数据】方法1：42%的学生证明

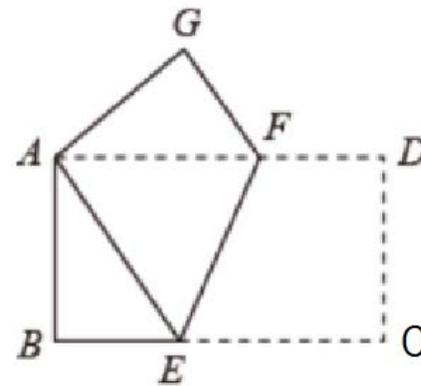
$\triangle AFG \cong \triangle AEB$ 从而得到 $AE=AF$ ；

方法2：28%的学生分别在 $\text{Rt}\triangle AFG$ 、 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中利用勾股定理建立方程，计算得到 $AF=AE=5$ ；

方法3：22%的学生采用折叠得到 $\angle AEF = \angle FEC$ ，又因为长方形对边 $AD \parallel BC$ ，所以 $\angle AFE = \angle FEC$ ，所以 $\angle AEF = \angle AFE$ ，所以 $AE=AF$ 的证法；

方法4：6%的学生采用等积法证明；

【習題改編】 如圖，一張長方形紙片 $ABCD$ ， $AB=4$ ， $BC=8$ ，將它沿 EF 折疊，使 C ， A 兩點重合，點 D 落在點 G 處。請用2種方法證明 $\triangle AEF$ 是等腰三角形。



【教學設計】 教師原計劃為培養學生邏輯推理能力，將重點講解方法3。面對數據，教師改進設計：

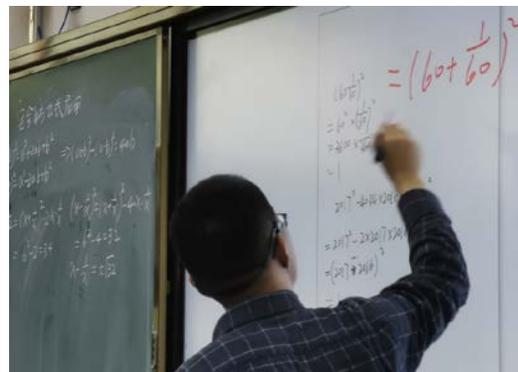
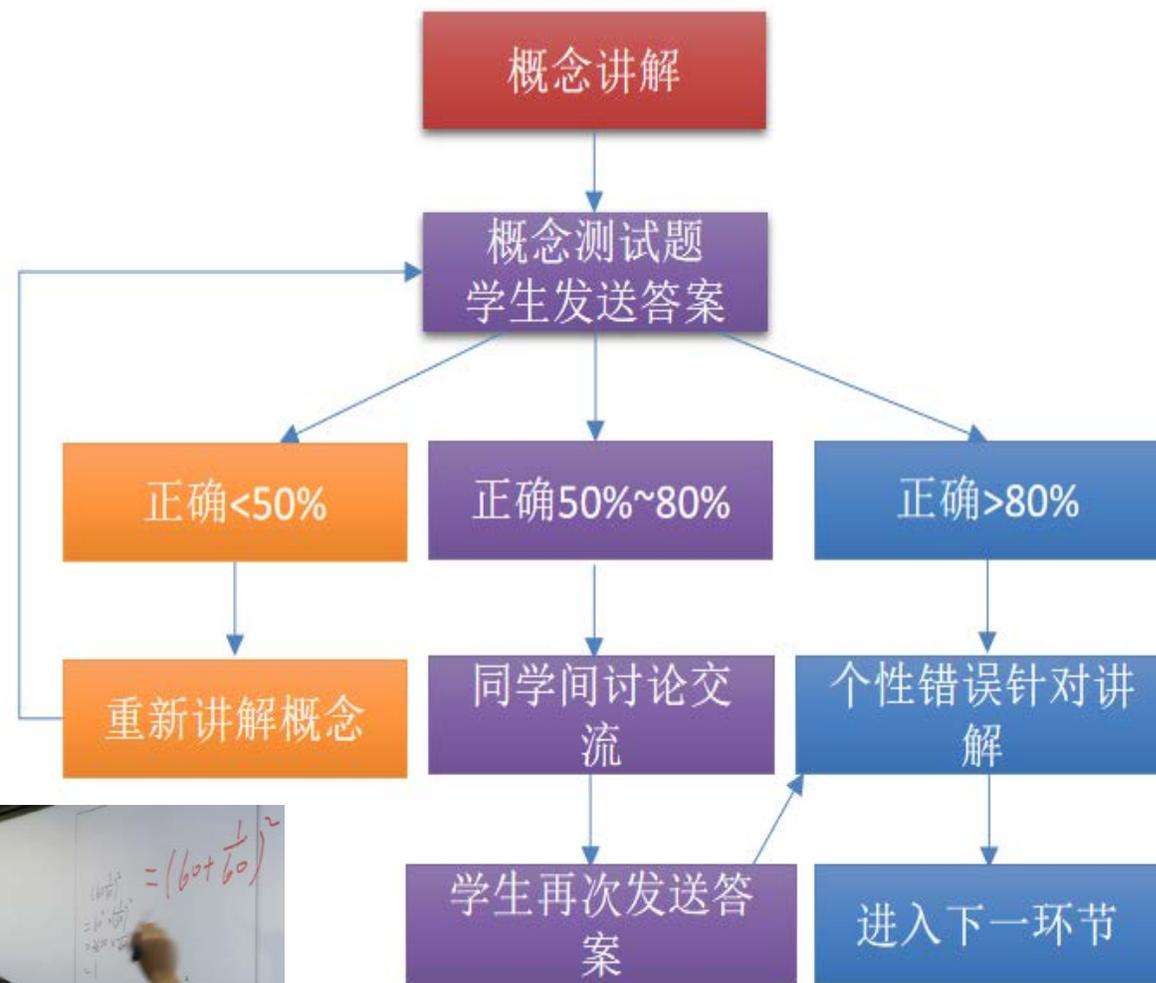
1. 讓不同層次的學生從不同的切入點和思考方向，展示其不同的解法，如方法4從角平分線的性質切入，利用等積法證明。
2. 學生對比各種解題方法的優缺點，不斷優化思維，豐富證明線段相等的方法；
3. 指導學生尋找基本圖形及基本圖形之間的關係，如方法3從長方形對邊、折疊的幾何特性切入，關聯平行線、角平分線的知識解決問題，逐步引導學生從運用幾何直觀解決問題到運用邏輯推理解決問題；
4. 減少條件 $AB=4$ ， $BC=8$ ，讓學生探索結論是否成立，從而把握基本圖形本質；
5. 從折疊的幾何特性切入，連結 AC ，探索新的證明方法，為八下證明四邊形 $AECF$ 為菱形做準備，加強幾何教學的成長性、整體性。

教師成就學生，學生成就老師。
掌握學生的數據，掌握學校成功的力量。

基于评估数据的教學調整

通過互動教學回饋系統：

1. 教師將任務（如練習等）推送給學生；
2. 學生利用回饋器即時作答之外，還可以通過平板、感應筆等方式遞交答題情況；
3. 教師立即反饋，系統即時產生數據分析，看見學生的思考；
4. 教師根據數據進行教學調整（如右圖）。



基于评估数据及时采取应对措施

案例3



(第6题)

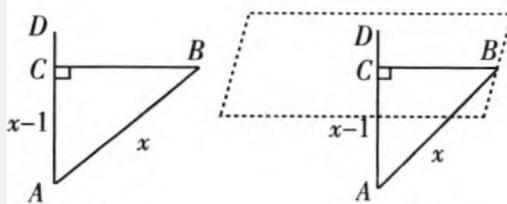
6. 在《九章算术》中记载了一道有趣的数学题：“今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺，引葭赴岸，适与岸齐，问水深、葭长各几何？”这道题的意思是说：有一个边长为1丈的正方形水池，在池的正中央长着一根芦苇，芦苇露出水面1尺，若将芦苇拉到池边中点处，芦苇的顶端恰好与水面齐平，问水有多深？芦苇有多长（1丈=10尺）？请你解决这个问题。

例题、习题

《九章算术》中记载了一道有趣的数学题：“今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺，引葭赴岸，适于岸齐，问水深、葭长各几何。”这道题的意思是说：有一个边长为1丈的正方形水池，在池的正中央长着一根芦苇，芦苇露出水面1尺，若将芦苇拉到池边中点处，芦苇的顶端恰好到达水面，问水有多深？芦苇有多长？请你解决这个问题。

数据

30%学生不能构造直角三角形，标注数据。



访谈

学生不能把条件“池的正中央”表示达成数学语言 $BC=5$ ，10%学生未掌握构造直角三角形解决问题的方法，10%学生不能用未知数表示 AB 、 AC 。

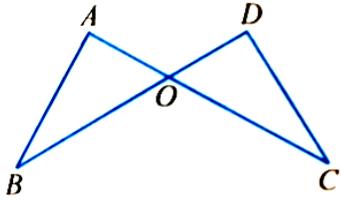
应对措施与改进

- 一、干预：交流讨论——解决实际问题的步骤
 1. 画图：正方体——图形语言；
 2. 构造：求 AB ，必须要构造以 AB 为一边的三角形——化归思想；
 3. 连线：连 BC ，得三角形 ABC ——数学语言；
 4. 表示：“池的正中央” $BC=5$ ，葭长 $AB=x$ ——数学语言；
- 二、改编：吸引学生的问题情境

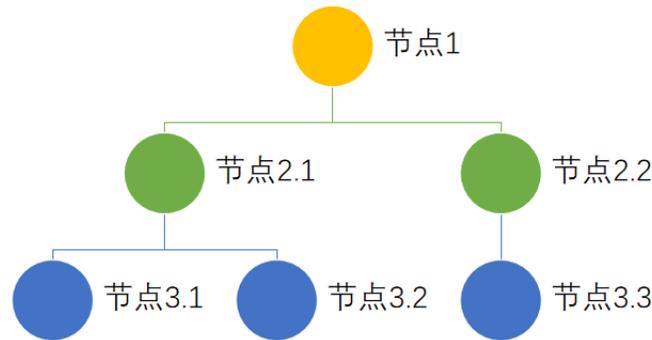
基於評估數據恰時恰當的干預

學習過程中，基於評估數據，發現學生的學習偏好、學習路徑等相關規律，教師在恰當時間提供恰當干預措施。

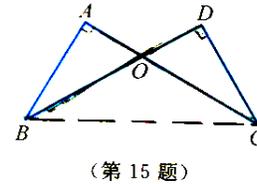
15. 已知：如图，AC, BD 交于点 O, $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AC = BD$. 求证： $OB = OC$.



考查目標：會運用等腰三角形的判定定理解決較為簡單的問題

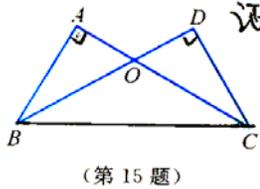


1. 已知：如图，AC, BD 交于点 O, $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AC = BD$. 求证： $OB = OC$.



证明：连接 BC.
 在 $\triangle DBC$ 与 $\triangle ABC$ 中
 $\begin{cases} BC = CB \\ AC = BD \end{cases}$
 $\therefore \triangle DBC \cong \triangle ABC$ (HL)
 $\therefore \angle OBC = \angle OCB$
 $\therefore \triangle OBC$ 等腰
 $\therefore OB = OC$.

15. 已知：如图，AC, BD 交于点 O, $\angle A = \angle D = 90^\circ$, $AC = BD$. 求证： $OB = OC$.



证明：连接 BC.
 $\because \angle A = \angle D = 90^\circ$
 \therefore 在 $Rt\triangle BAC$ 与 $Rt\triangle CDB$ 中
 $\begin{cases} AC = BD \\ BC = CB \end{cases}$
 $\therefore Rt\triangle BAC \cong Rt\triangle CDB$ (HL)
 $\therefore AB = DC$
 在 $\triangle ABO$ 与 $\triangle DCO$ 中
 $\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle AOB = \angle DOC \\ AB = DC \end{cases}$
 $\therefore \triangle ABO \cong \triangle DCO$ (AAS)
 $\therefore OB = OC$

1. 學生表現出哪些學習偏好？
2. 是受怎樣的學習路徑的影響導致的？
這些學習路徑是如何形成的？
3. 什麼時候干預？
採用怎樣的方式干預？
怎樣的干預方式最有效？

基于评估数据设计专门的复习课



分散型——自主反思、归纳整理型课堂



马虎型——思辨、纠错型课堂



典型问题型——分析型课堂

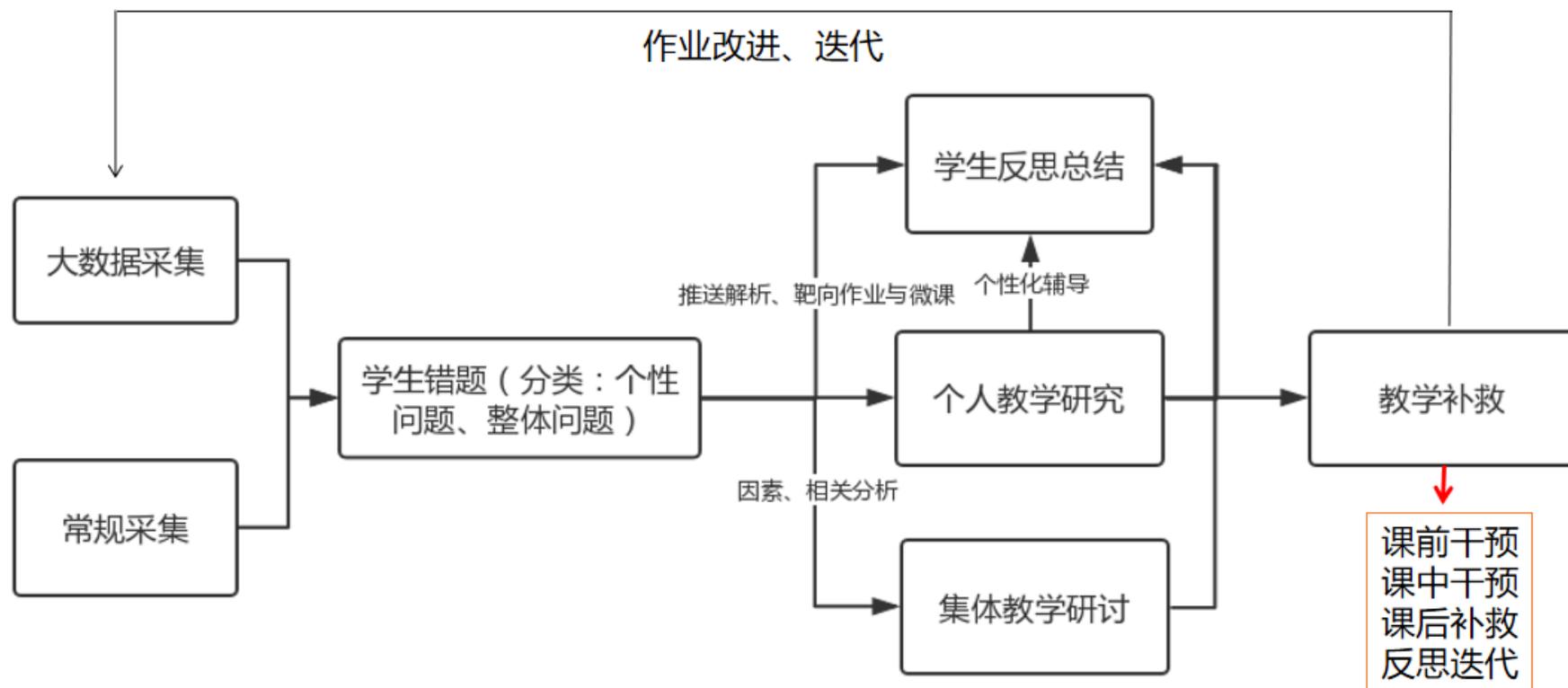


类型型——模型-变式型课堂

分析學生評估數據，針對不同的學習問題，探索出针对性的復習課堂模型。減輕學生學習負擔，提高學業成績。

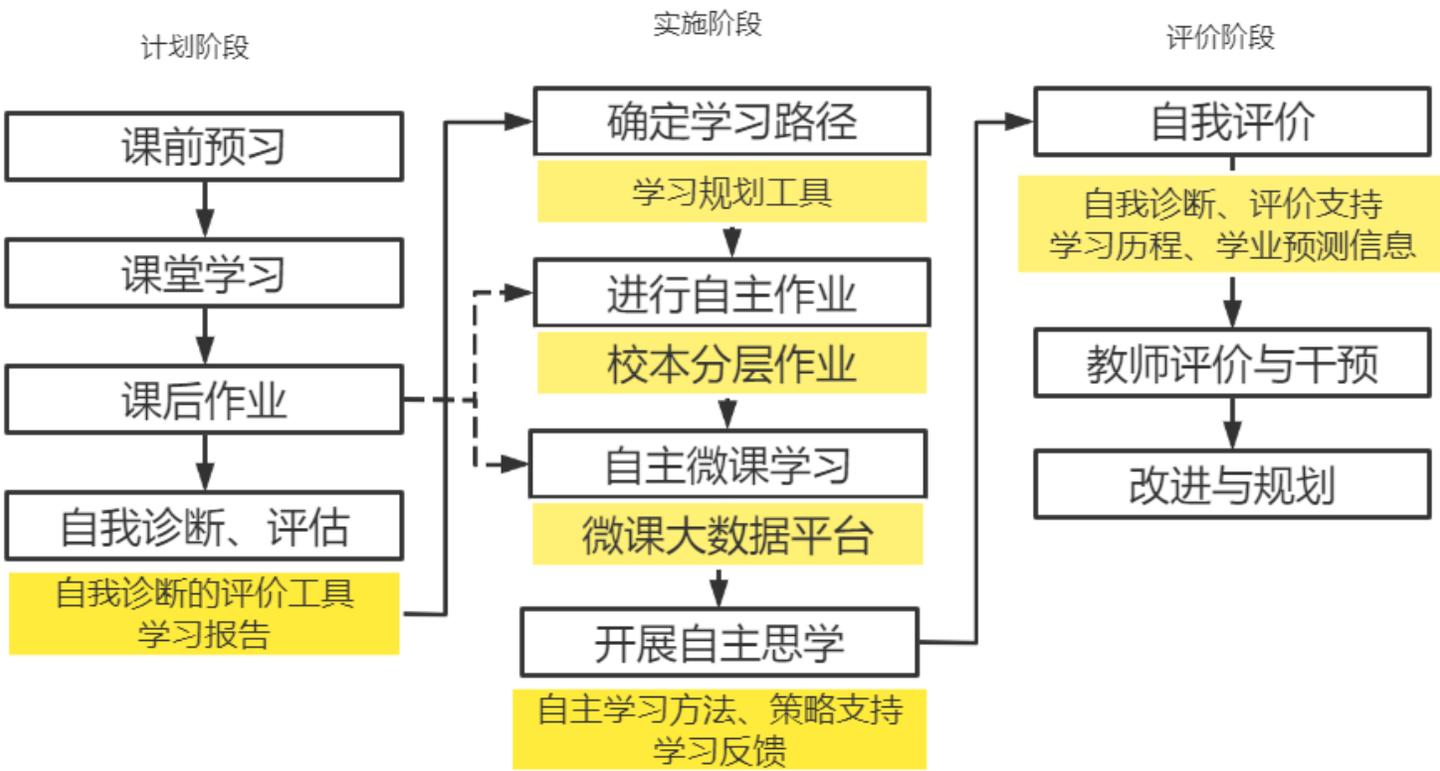
基於評估數據的教學研討

在不斷的實踐中，提煉出了基於評估數據的典型問題分析、干預、教學改進模型。
針對學生個性問題，推送針對性的解析、微課、靶向作業，精准開展個性化的師生輔導；
針對整體問題，教師進行專題研究、集體教學研討，及時進行課前、課中、課後各種補救。
在此基礎上，學科組對下一年的教學計畫作出調整，以促進教學設計、資源的進一步系統化、校本化。



學生基於評估數據的自主學習

現在的實踐之一
敬請期待



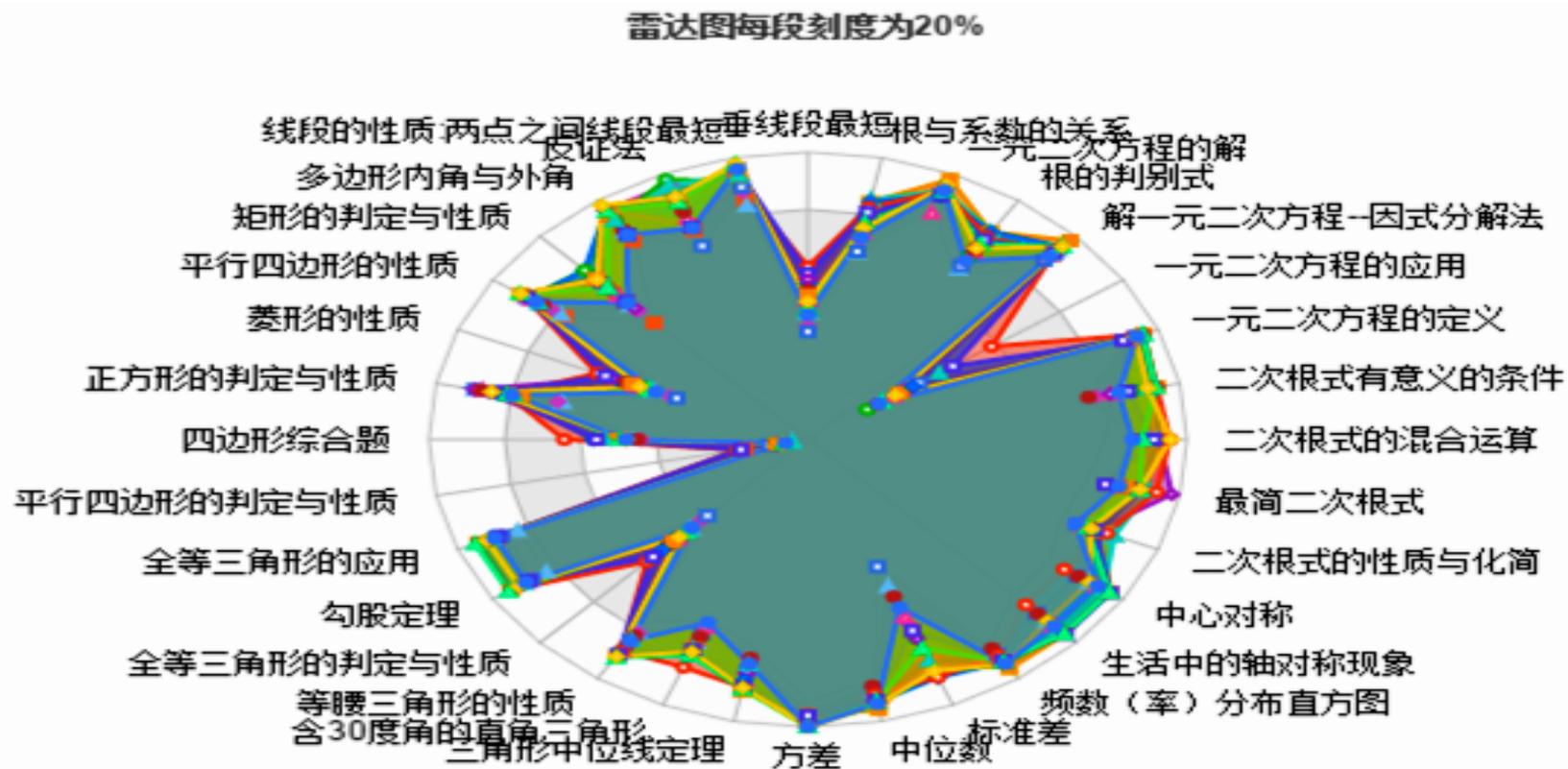
学习环节	自我评估	
任务前	任务的目的是结果是什么? 需要哪些知识与技能? 多长时间完成任务? 需要哪些材料与空间?	需要创建实施计划? 需要提出哪些问题? 需要从老师、同学、资源中了解更多信息吗?
任务中	我做的怎么样? 我的做法正确吗? 我是否掌握学习节奏? 我是否努力?	我遇到了困难么? 我的方向正确么? 我需要帮助么? 我需要更多的信息、材料、资源么? 我是否完成了任务? 哪些部分我需要更多的思考?
任务后	哪些方面需要更多的指导? 哪些需要进一步澄清? 哪些需要	如何记住重要细节和步骤? 学到了什么? 是否实现目标?
反思	哪些经验有助于将来的学习? 我的感受和态度如何影响我的学习? 为提高下次学习任务中的表现, 我将如何做?	

案例4

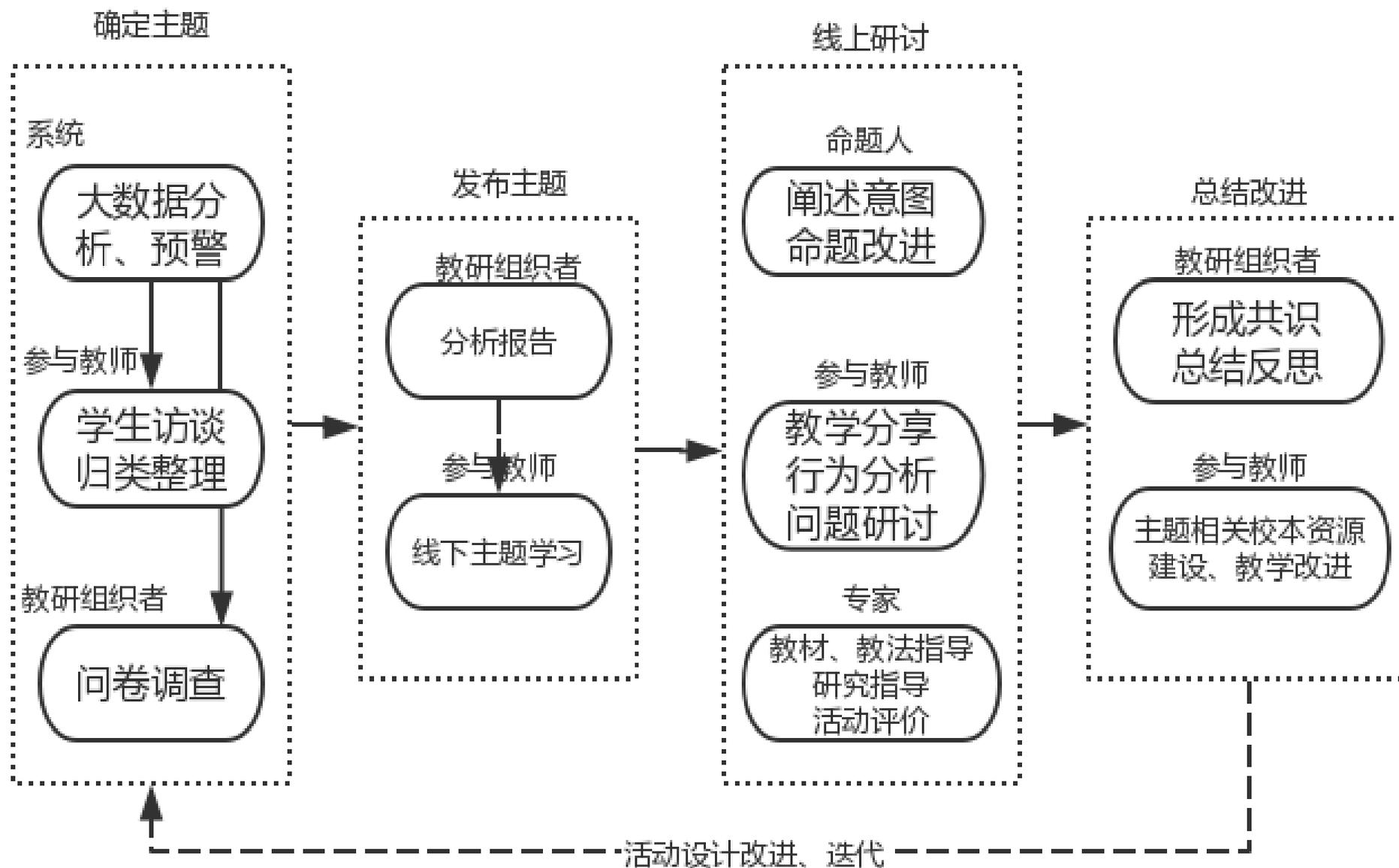
如八年級下冊數學期末考試，平行四邊形綜合證明、較為複雜的一元二次方程應用題年段得分率整體較低，班級之間、教師之間在某些知識點上得分率差距非常大（見圖7）。

如“標準差”知識點：數據1，
2，3，4，5的標準差是_____。

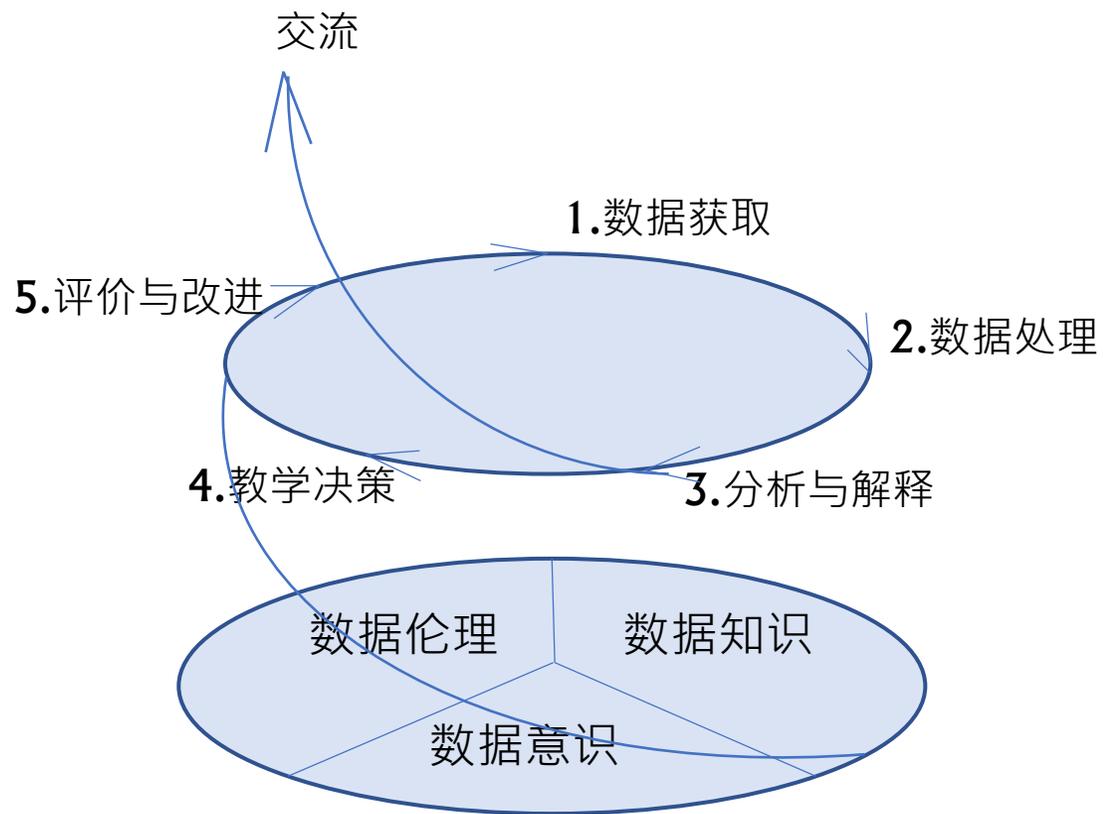
各班此題得分率在**24.5%**~**98.2%**，面對巨大的班際差距，教師圍繞這些數據分析背後的原因是什麼？交流分享教學經驗。討論怎麼改進教學等問題進行研討。



基於大數據的混合式教研模型



我們正在做的



數據素养框架

維度	二級指標	具體描述
是什麼？	數據知識	
	數據意識	
	數據倫理	
怎麼做？	數據獲取	
	數據處理	
	分析與解釋	
	教學決策	
做的怎麼樣？	評價與改進	
	數據交流	
	

環節一 情境創設、活動引入：首先，李主任請何老師講述自己在因式分解教學中發現的學生最常犯的錯誤。現場的其他老師紛紛補充此類型題的其他錯誤情況。現場逐漸活躍起來。

李主任：因式分解的學習中學生常犯的錯誤有哪些？

何老師： $6x^2-3x=3(2x^2-x)$ 或 $x(6x-3)$ 。

余老師： $2x-8=2(x-2)$ 。

黃老師：還會有 $2x-8=2(x-6)$ 。

陳老師： $-(xy+2y)=-xy+2y$ 。

尹老師：大同小異。

2023-10-24 萬鈞毅智書院
第2章：多項式和因式分解
學生常犯錯誤

李沈

何余莊黃陳尹

① $6x^2-3x=3(2x^2-x)$
或 $=x(6x-3)$

② $2x-8=2(x-2)$
或 $=2(x-6)?$
 $2x-8=2x-2\cdot 4$
 $=2(x-4)$

展開 $-(xy+2y)$
 $=-xy+2y$

HCF: 最大公因數
「多項式」(整式) $\begin{matrix} 3 & 4 \\ \text{同數} \end{matrix}$
 $3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$

$\sqrt{3x-6}$ $3x^4, 12x^2y$

$\sqrt{3x^2+6x}$ $\sqrt{3, 12}$ $3 \mid 3x^4$ $12x^2y$
 $x \mid -x^3 +$ $4x^2y$

案例5 第3章因式分解學生常見錯誤的分析與干預方法

環節二 獨立思考、人人捲入：李主任提出2個問題，並讓大家獨立思考3分鐘後，讓大家將學生的錯誤原因、干預的方法等寫到教室大螢幕的白板上。

李主任：犯这些错误的原因是什么？大家是如何处理的？

老师们：最大公因数(式)的知识没有掌握。

陈老师：我的方法是 $2x-8=2x-2\times 4=2(x-4)$ 。

何老师：如何找 $3x^4$ 和 $12x^2y$ 的公因式，我是这样教的（如图1）

李主任：对于基础较弱的学生，我们可以运用图形化策略帮助学生理解与运算（如图2）

庄老师：关键是学生看到单项式要从意义上理解，如 $3x^4=3xxxx$ 。

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3x^4 \\ x & x^4 \\ x & x^3 \\ & x^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12x^2y \\ 4x^2y \\ 4xy \\ 4y \end{array}$$

图1

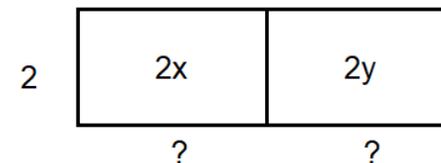


图2

老師們的初步共識：要避免上述錯誤，需要這樣做：

- 1.對單項式要從意義上看待。
- 2.準確尋找最大公因數（最大公因式）（H.C.F）

案例5 第3章因式分解學生常見錯誤的分析與干預方法

環節三 分享交流、現場生成：李主任讓大家思考下一輪教學改進的策略。教師們分別發言，交流討論。最後，李主任根據白板上的記錄進行活動小結，現場生成了如何分析、干預學生錯誤、教學改進的思路方法。

庄老师：我主要是有阶梯地设置练习：

第一 (3, 12), (6, 8), (5, 10)；

第二 (3x, 6)；

第三 (3x², 6x), (3x²yz, 6xy²) ……

$$x^2x^3 = _, \frac{x^3}{x^2} = _$$

$$(a^2)^3 = _, \frac{(x^2)^3}{x^5} = _$$

在每一个知识点呈现后，我都会及时安排巩固练习。如在学生学习有关幂的运算每一个公式的时候，我会及时安排巩固练习。我是这么设计的，让学生在比较与辨析中加深概念的理解。

李主任：写出有关幂的运算的7个公式，提出：因式分解的基础涉及幂的运算，而因式分解又是以后诸如中五年级函数化简的基础，大家要从联系的角度看每一部分学习内容。

尹老师：但是我跟学生说因式分解对于后面的学习很重要，但学生并不在乎。

李主任介绍了软件 mathigon、graspable math，强调可以采用很多的方式，来唤起学生的兴趣。

老師們的再次達成共識：

因式分解一章減少學生犯錯的措施：

1. 單項式的意義、冪的運算等基礎需要打扎實；
2. 求最大公因式的方法需要程式化（先觀察係數、再看相同字母、最後看字母的次數），並根據學生的基礎提供差異化、多樣化的方法；
3. 及時進行鞏固練習。練習要設計成一步一步地提高，並要設計成比較、思辨型，促進學生的理解與鞏固。

案例6

Group	S1						
Total	A	B	C	D	Empty	Answer	Correct %
Q1	3	22	151	1	1	C	84.8%
Q2	1	5	165	7	0	C	92.7%
Q3	15	105	20	37	1	B	59.0%
Q4	16	38	10	114	0	D	64.0%
Q5	111	12	30	23	2	A	62.4%
Q6	145	17	14	2	0	A	81.5%
Q7	4	2	18	154	0	D	86.5%
Q8	1	12	2	163	0	D	91.6%
Q9	138	9	5	26	0	A	77.5%
Q10	1	155	11	11	0	B	87.1%
Q11	168	6	3	1	0	A	94.4%
Q12	148	9	6	15	0	A	83.1%
Q13	5	147	7	19	0	B	82.6%
Q14	4	21	143	10	0	C	80.3%
Q15	10	29	97	42	0	C	54.5%
Q16	8	6	95	69	0	C	53.4%
Q17	43	21	91	23	0	C	51.1%
Q18	1	53	112	10	1	C	63.3%
Q19	13	123	28	12	1	B	69.5%
Q20	124	23	30	1	0	A	69.7%

命題意圖 (考查目標) :

- 1.能運用規律對複雜數列求和 ;
- 2.能用多種方式解釋與評估情境相關的數學結果。

學生錯因:

學生經歷過類似問題

學生知道 :

$$0-1.5 = -1.5$$

$$3-4.5 = -1.5$$

.....

學生錯誤的原因 :

項數數錯了

17. Find the value of the expression $0-1.5+3-4.5+\dots-148.5+150.$

- A. -75
C. 75

- B. 0
D. 150

教學策略改进 :

1.變異教學 (變式教学)

$$0-1+2-3+\dots-99+100$$

$$0-2+4-6+\dots-198+200$$

$$0-1.5+3-4.5+\dots-148.5+150$$

.....

關鍵問題 :

學生如何正確、快速地获得項數 (對數) ?

問題解决 :

1.提取公因数

$$1.5 \times (0-1+2-3+\dots-99+100);$$

2.加項減項;

3.刪0項;

4.項的變化規律得出对数 : $150/3$

5.....

案例7 多源多视角聚类分析

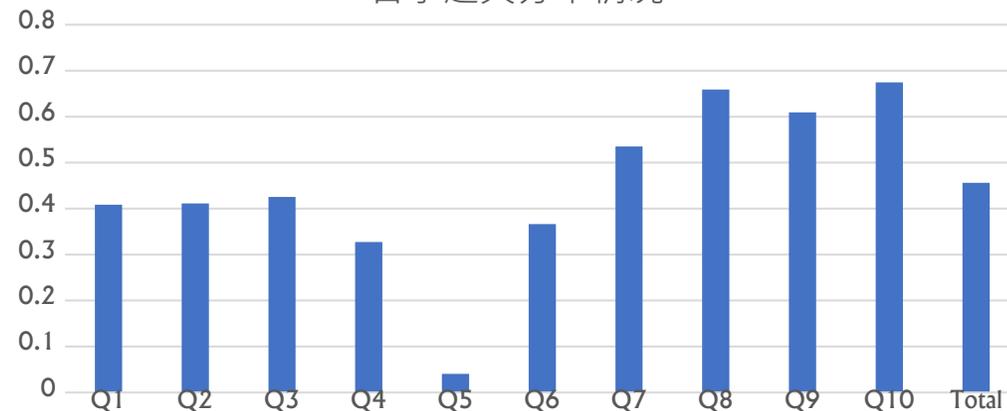
2324 S2UT1

各班每小題得分

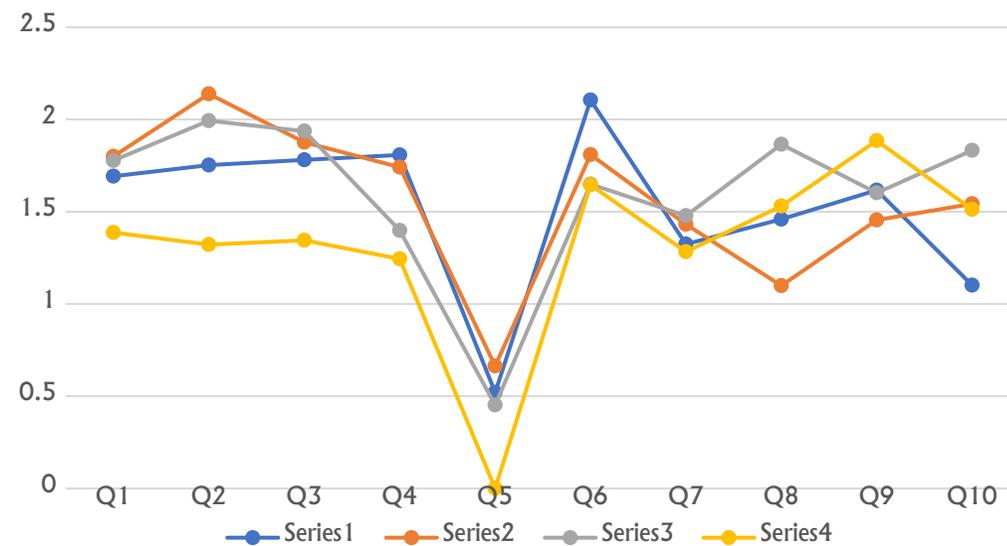


	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Total
	7	5	5	4	4	5	4	5	6	5	50
2A	3.18	2.26	2.03	1.88	3.71	2.41	1.03	1.44	1.47	0.74	20.15
2B	3.18	2.03	2.48	2.24	3.73	2.76	1.36	0.94	1.61	0.73	21.06
2C	4.47	3.08	2.68	3.05	3.79	3.53	2.18	1.87	2.89	1.82	29.37
2D	5.39	4.13	4.08	3.37	4.00	3.76	2.66	2.39	3.16	2.97	35.92

各小題失分率情况



各小題得分标准差



案例7

8. Simplify $\frac{2}{x^2 + 2x} - \frac{1}{x - x^2}$.

命題意圖（考查目标）：

1.能對較為複雜的分式進行化簡；

學生錯誤：
$$\frac{2}{x^2 + 2x} - \frac{1}{x - x^2}$$

$$= \frac{2(x-x^2)}{(x^2+2x)(x-x^2)} - \frac{x^2+2x}{(x^2+2x)(x-x^2)}$$
 ①沒有先因式分解，再取最小公倍式(L.C.M.)；

$$= \frac{2(x-x^2)-x^2+2x}{(x^2+2x)(x-x^2)}$$
 ②通分後，分子中對 $x^2 + 2x$ 沒有加括弧；

$$= \frac{-3x^2}{(x^2+2x)(x-x^2)}$$
 ③分母不提取公因式，導致不約去 x ；或者 $\frac{-3x}{(x+2)(x-x^2)}$ 不會化

學生錯誤的原因：

- 1.最為普遍的表現： $x^2 + 2x$ ； $x - x^2$ 僅僅只看成一個式子，而不會進行因式分解等思考——缺乏數感，而這種數感與因數的概念有強关联；
- 2.當測試時，恒等式、代數式等在一起的時候，學生混淆相互的性質。——概念沒有熟練建構，知識網路沒有系統建構；
- 3.學生解題比較生疏，做到這裏，時間已經不夠了。

教學改進策略：

- 1.數感的多種培養；
培養分治的解決問題策略；
- 2.模組教學（專題復習課）：歸納明確的解題步驟，並以變異教學為主。開展辨析，建構知識網路。
- 3.調整教學計畫。保證有足夠的時間加強操練。



學習需求為導向的教學目標，設計有梯度的學習任務，提供差異化的指導

實踐核心，敬請期待

$\frac{7}{14} =$	$\frac{y}{xy} =$
$\frac{6}{15} =$	$\frac{a^2}{ab} =$
$\frac{10c^4d^5}{15c^7d^2} =$	$\frac{21cd^2}{14d^5e} =$
$\frac{8x + 2y}{2y}$	$\frac{3a + 6a^2}{9ab}$
$\frac{0.8x + 0.2y}{0.2y}$	$\frac{\frac{1}{3}a + \frac{1}{6}a^2}{\frac{5}{6}ab}$
$\frac{6a + 8}{3a^2 + 4a}$	$\frac{10xm - 5xn}{2y(2m - n)}$
$\frac{a^2 + 4a + 4}{-a^2 + 4}$	$\frac{-x^2 - 2x + 3}{x - 1}$

討論：基於剛才的數據和分析，如何根據學校的實際情況，安排合理的教學內容和順序？能夠更好地提高學生的品質。

感謝您的聆聽,歡迎指正！

歡迎大家的加入